

DOSSIER D'ESTIU**Curs 2013-2014**

Alumnat amb les matemàtiques de 1r Batxillerat (científic-tecnològic) pendants.

Aquest dossier, junt amb els exercicis fets a classe durant el curs, el llibre, i el moodle, et serviran per preparar la prova extraordinària de Setembre.

REALS

1.- Indica el conjunt numèric mínim al que pertany cada nombre:

$$-\frac{3}{4}, \sqrt{3}, 7'23, -2'56, \sqrt[3]{-1}, 1+\sqrt{5}, \sqrt[4]{81}, 1'0102030..., 4, \frac{\sqrt[3]{8}}{-2}, -\frac{7}{11},$$

$$7'3, -2'5, \sqrt[5]{-32}, 1+\sqrt{2}, -\sqrt[3]{6}, \frac{\pi}{4}, 5, \frac{\sqrt[3]{27}}{-3}$$

2.- a) Escriu en forma d'interval els nombres:

A = Més grans o iguals que -2 i més petits que 5.

B = Nombres més grans que 3.

C = Nombres més grans o iguals que 5 i més petits o iguals que 7.

D = Més grans o iguals que 3 i més petits que 7.

E = Nombres més petits que -2.

F = Nombres més grans que -3 i més petits o iguals que 4.

b) Fent servir els intervals anteriors, calcula les unions i interseccions següents:

$$A \cup C = \quad A \cap B = \quad B \cap C = \quad B \cup C = \quad A \cap C =$$

$$D \cup F = \quad D \cap E = \quad E \cap F = \quad E \cup F = \quad D \cap F =$$

3.- Calcula les unions i interseccions indicades :

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x < 3\} \quad B = \{x \in \mathbb{R}, 5 \leq x < 9\} \quad C = \{x \in \mathbb{R}, x \leq 10\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{R}, -2 \leq x\}$$

a) $B \cup C =$

b) $A \cup D =$

c) $A \cap B =$

d) $A \cap D =$

4.- Calcula per a quins valors de la x es compleixen les inequacions següents. Dona el resultat en forma d'interval.

$$\text{a)} \begin{cases} 2x+3 \leq 4 \\ -x+5 > 6 \end{cases} \quad \text{b)} -x^2 + x + 6 \leq 0 \quad \text{c)} x^2 - 2x - 8 > 0 \quad \text{d)} x^2 - x - 6 > 0$$

$$\text{e)} \begin{cases} 5x-3 > 6 \\ -2x+5 > 1 \end{cases} \quad \text{f)} \begin{cases} x+2 \leq -6 \\ x-15 \leq 10 \end{cases} \quad \text{g)} x^2 + 1 > 0 \quad \text{h)} x^2 + 4 \leq 0$$

$$\text{i)} \begin{cases} -x^2 + x + 6 \leq 0 \\ -x + 5 > 6 \end{cases} \quad \text{j)} \frac{x+3}{x+1} < 0 \quad \text{k)} |-x+5| \leq 3 \quad \text{l)} (x-2)(x+1) \leq 0$$

5.- Calcula amb ajuda de la teva calculadora. Si el resultat no és exacte, expressa el resultat amb una aproximació de 4 decimals .

$$\text{a)} \sqrt{0,004} \quad \text{b)} \sqrt[3]{8,52} \quad \text{c)} 8^{\frac{2}{3}} \quad \text{d)} \left(\frac{4}{25}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

6.- Escribe en forma d'una sola potència:

$$\text{a)} \sqrt{2 \cdot \sqrt{2 \cdot \sqrt{2}}} \quad \text{b)} \sqrt{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2}}} \quad \text{c)} \frac{a^{-\frac{1}{2}}(\sqrt{a})^3}{\sqrt[4]{a}} \quad \text{d)} \sqrt[4]{\sqrt[3]{a}} \quad \text{e)} \sqrt{\sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[5]{x^3}} \quad \text{f)} \left(\sqrt[3]{\sqrt{5}}\right)^{12}$$

7.- Simplifica els radicals següents:

$$\text{a)} \sqrt{98} \quad \text{b)} \sqrt[3]{135} \quad \text{c)} \sqrt[3]{120a^9b^{-3}} \quad \text{d)} \sqrt[4]{\frac{4a^5b^{12}c^{-2}}{16ab^4c^{-8}}} \quad \text{e)} \sqrt{720} \quad \text{f)} \sqrt[3]{120a^9b^{-6}}$$

8.- Opera i simplifica :

$$\text{a)} \sqrt{20} - 3\sqrt{125} + 2\sqrt{45} \quad \text{b)} 7\sqrt[3]{81} - 2\sqrt[6]{3^2} + \sqrt[3]{3} \quad \text{c)} \frac{\sqrt[9]{2 \cdot 3^4}}{\sqrt{2^3 \cdot 3}}$$

$$\text{d)} \sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt[3]{a^5} \cdot \sqrt[6]{a^4} \quad \text{e)} 3\sqrt{125} + \sqrt{45} - 7\sqrt{20} \quad \text{f)} \frac{\sqrt[9]{a \cdot b^4}}{\sqrt{a^3 \cdot b}}$$

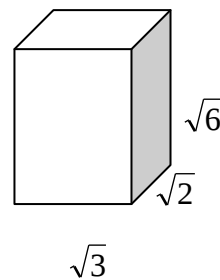
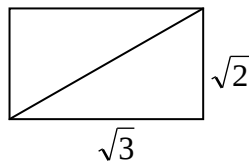
$$\text{g)} 3\sqrt{32} - 5\sqrt{98} \quad \text{h)} 3 \cdot \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt{8} \quad \text{i)} \frac{\sqrt[4]{8^3}}{\sqrt[4]{2}}$$

9.- Racionalitza i simplifica:

a) $\frac{-3}{2\sqrt{3}}$ b) $\frac{6}{2\sqrt[4]{7}}$ c) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}-\sqrt{5}}$ d) $\frac{4\sqrt{2}}{3\sqrt{2}-\sqrt{5}}$ e) $\frac{-5}{2\sqrt{5}}$ f) $\frac{9}{5\sqrt[7]{5^5}}$

g) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$ h) $\frac{-5}{2\cdot\sqrt{5}}$ i) $\frac{-6}{2\cdot\sqrt[5]{3}}$ j) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$

10. Digues si és veritat o fals. En cas que sigui fals cal indicar el valor exacte del resultat incorrecte:



a) Si els costats d'un rectangle mesuren $\sqrt{2}$ cm i $\sqrt{3}$ cm, el seu perímetre és $\sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{3} = \sqrt{10}$ cm

b) L'àrea d'aquest mateix rectangle és $\sqrt{5}$ cm²

c) La diagonal d'aquest rectangle és $\sqrt{(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{5}$ cm

d) El volum de l'ortoeidre d'arestes $\sqrt{2}$ cm, $\sqrt{3}$ cm i $\sqrt{6}$ cm és $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{6} = \sqrt[6]{36}$ cm³

11.- Passa els nombres decimals a fraccions generatrius i opera:

a) $2,4 \cdot 3,1\overline{2}$ b) $\frac{1,25}{7,1\overline{2}}$ c) $2,\hat{6} + 5,22$ d) $82,4\hat{3} - 3,8 + 5,\hat{6}$

12.- Indica si és vertader (V) o fals (F). En cas que sigui fals, escriu la frase correctament.

a) Tot nombre real és racional.

b) $\sqrt{3}$ és un nombre irracional i, per tant, real.

c) -2^5 és un nombre enter.

d) $\frac{\sqrt[3]{27}}{-3}$ és un nombre enter.

e) $\frac{\pi}{4}$ és racional ja que té numerador i denominador.

f) Tot nombre racional o bé té cap decimal, o un nombre exacte de decimals, o infinits decimals periòdics.

g) -3 és un nombre racional.

h) Tots els nombres decimals es poden escriure en forma de fracció, per tant són racionals.

i) Tots els nombres racionals es poden escriure en forma de fracció.

j) El nombre real $\frac{2+\pi}{5}$ està comprès entre els nombres naturals 2 i 3.

k) Utilitzant la calculadora podem comprovar que $\frac{5}{8} + 3 - \frac{7}{4} + \frac{7}{12}$ dona 78 24

13.- Exercicis 26 i 27 (pàgina 17 del llibre). Notació científica.

ÀLGEBRA

1.- Donats els polinomis $P(x) = 4x^3 - 2x^2 + 3x + 2$ i $Q(x) = 5x^4 - 2x^2 + 4x$, calcula i simplifica: a) $P(x) - Q(x)$ b) $3P(x) - 2Q(x)$ c) $\frac{1}{2}P(x) + \frac{3}{2}Q(x)$

2.- Donats els polinomis $P(x) = 3x^4 - 5x^2 + 4x - 1$, $Q(x) = 4x^3 - 3x + 2$ i $R(x) = x^2 - 2$, calcula i simplifica:

a) $P(x) - (Q(x) - R(x))$ b) $\frac{1}{2} \cdot Q(x) + \frac{2}{3} \cdot R(x)$

c) $3P(x) - 2Q(x)$ d) $P(x) - (R(x) - Q(x))$

3.- Resol els apartats següents i detalla **com i quin** teorema fas servir:

a) Quin és el residu de la divisió $(5x^{191} - 6x^{97} + 8x - 2) : (x + 1)$

b) Troba el valor numèric del polinomi $P(x) = 2x^3 + 9x^2 - 3x + 10$ en $x = -5$, sense substituir la x .

4.- Resol els apartats següents :

a) Quin és el residu de la divisió $(5x^{292} - 6x^{90} + 8x^7 - 2) : (x + 1)$

b) Troba el valor numèric del polinomi $P(x) = 2x^3 + 9x^2 - 3x + 10$ en $x = -2$, sense substituir la x .

5.- Calcula el dividend de la divisió que té divisor $D(x) = 3x^2 + 1$, quocient $Q(x) = 2x^4 - x^2 + x + 1$, i residu $R(x) = -6x + 6$.

6.- Calcula el quocient i el residu de les divisions següents: (cal deixar molt clar quin és el quocient i quin el residu!)

a) $(x^4 - x^2 - 3x + 6) : (x^2 - 5x + 1)$

b) $(x^5 - 2x + 1) : (x - 1)$

c) $(x^5 - 2x + 1) : (x + 2)$

7.- Calcula fent servir les identitats notables o el Binomi de Newton, segons consideris oportú:

a) $(2x - 3)^2$

b) $(x - 2)^4$

c) $(x + 1)^5$

d) $(x - 1)^3$

e) $(4 - 3x)^2$

f) $(x - 3)^4$

g) $(x - 1)^5$

h) $(x + 1)^3$

i) $(2x - 3)^3$

j) $(x + 2x^2)^3$

8.- Quin valor ha de prendre k perquè el residu de dividir $x^3 + kx^2 - 3x - k$ entre $x - 4$ sigui 67? I perquè sigui 16?

9.- Quin valor ha de prendre k perquè el residu de dividir $2x^3 + kx^2 - 6x + 4$ entre $x - 2$ sigui -4 ?

10.- Calcula el dividend de la divisió que té divisor $D(x) = 3x^2 + 1$, quocient $Q(x) = 2x^4 - x^2 + x + 1$, i residu $R(x) = -6x + 6$.

11.- Descompon els polinomis següents en la màxima quantitat de factors possibles i expressa'l com a producte d'ells:

a) $x^3 - 2x^2 - 3x$

b) $x^5 + x^4 - 5x^3 - x^2 + 8x - 4$

c) $x^4 - 1$

12.- Factoritza:

a) $x^3 - 4x$

b) $2x^3 - 8x^2 + 2x + 12$

d) $2x^5 - 2x$

13.- Calcula el valor que ha de tenir a perquè el polinomi $(a + 1)x^3 - (2a - 1)x^2 + ax - 7$ sigui divisible per $x + 2$.

14.- Calcula a , b i c perquè es verifiqui la igualtat de polinomis següent:

$$(2ax^2 + bx + c) + 3(-ax^2 - x + 2) = 3x^2 + x - 2$$

15.- Resol:

a) $x^5 - 2x^4 - 9x^3 + 2x^2 + 8x = 0$

b) $6x^5 - 7x^4 - 9x^3 + 7x^2 + 3x = 0$

c) $x^4 - 13x^2 + 30 = -6$ d) $x^4 - 4x^2 = 0$ e) $x^4 - 3x^2 = -2$

f) $\sqrt{x+7} + \sqrt{x} = 7$ g) $\sqrt{x+5} + \sqrt{x} = 5$

h) $x^5 - 2x^4 - 9x^3 + 2x^2 + 8x = 0$ i) $\frac{3+x}{3x+1} + \frac{x+2}{x+1} = 5$

j) $2^{x+3} + 2^{2x+2} = 320$ k) $2 \log(x+2) = \log(5x+6)$

l) $\begin{cases} x+y=3 \\ x^2+y^2=9 \end{cases}$ m) $2^{3x-5} = 1024$ n) $2^{x+1} + 2^x + 2^{x-1} = 112$

o) $5^{x+1} = 6$ p) $2^{x+3} + 2^{2x+2} = 320$ q) $3^{x+5} = 5$

r) $2^{3x-5} = 128$ s) $\log x = \log 25 - \log 2$ t) $\log(3x-5) + \log 4 = 2$

16.- Opera i simplifica:

a) $\frac{2x+2}{x^2} : \frac{1-x^2}{x^2+3x}$ b) $\frac{x+1}{x^2-9} - \frac{1}{2x-6}$ c) $\frac{x^2-4}{x^2-1} \cdot \frac{x+1}{x+2} \cdot \frac{x-1}{x-2}$

d) $\frac{x+1}{x^2} : \frac{x^2-1}{x^2+3x}$ e) $\frac{2x-1}{2x+4} + \frac{1}{x^2-4}$ f) $\frac{x+1}{x^2-4} - \frac{1}{2x-4}$

TRIGONOMETRIA

1.- Dos radars separats una distància de 20 km, observen un avió situat en el mateix pla vertical sota angles de 36° i 52° . A quina distància vola l'avió?

2.- Dos observadors, distats entre si 5 km, observen alhora un avió sota angles de 80° i 65° respectivament. Suposant que els observadors i l'avió es troben en un mateix pla, calcula l'altura a què es troba l'avió en aquest moment.

3.- Simplifica les expressions següents:

a) $\frac{2 \sin \alpha - \sin 2\alpha}{2 \sin \alpha + \sin 2\alpha} = \frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}$ b) $\frac{1}{1 + \sin \alpha} + \frac{1}{1 - \sin \alpha} = 2 \sec^2 \alpha$

4.- Transforma en multiplicacions i calcula (sense calculadora):

a) $\cos 75^\circ + \cos 15^\circ$ b) $\sin 90^\circ - \sin 30^\circ$ c) $\cos 105^\circ + \cos 15^\circ$ d) $\sin 105^\circ - \sin 15^\circ$

5.- Calcula les següents raons trigonomètriques sense calculadora i utilitzant les raons dels angles 30° , 45° , 60° , 90° . El resultat ha de quedar expressat en forma entera o fraccionària, **no en forma decimal**.

- a) $\sin 150^\circ$ b) $\cos 225^\circ$ c) $\cos 315^\circ$ f) $\tan 120^\circ$ g) $\sin 75^\circ$ h) $\cos 135^\circ$ i) $\sin 15^\circ$
 j) $\sin 135^\circ$ k) $\cos 150^\circ$ l) $\sin 120^\circ$

6.- Sabent que la $\tan \alpha = 8$ calcula el $\sin \alpha$ i el $\cos(2\alpha)$. Sense calculadora.

7.- Troba les raons trigonomètriques ($\sin$, $\cos$, $\tan$, $\sec$, $\csc$, $\cotg$) dels angles donats sabent

- que: a) $\sin \alpha = 0'2$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ b) $\tan \beta = -1'2$, $\frac{\pi}{2} < \beta < \pi$

8.- Entre dos punts A i B, separats per una muntanya, s'ha de construir un túnel. Per tal de conèixer la longitud del túnel es mesuren les distàncies de A i B, respectivament a un punt O, i són de 315 m i 375 m. L'angle que formen les direccions OA i OB és de $46^\circ 54'$. Calcula la longitud del túnel.

9.- Hem de fer un mapa d'una certa zona geogràfica. A, B, C són els cims de tres muntanyes conegudes de la mateixa alçària, de manera que les posicions de A i B són ben conegudes i ja estan representades en el mapa, mentre que la posició de C s'ha de determinar. Pugem a dalt del cim A i mesurem l'angle entre la línia A-B i la línia A-C, que és de 68° . Pugem a dalt del cim B i aquí mesurem l'angle entre les línies B-C i B-A, que resulta ser de 35° . En el mapa que tenim, la distància entre A i B és de 3 cm.

a) Feu un diagrama de la situació i determineu quin angle formen en C les línies C-A i C-B.

b) Quines seran, sobre el mapa, les distàncies entre A i C i entre B i C?

10.- D'un paral·lelogram sabem que té un angle de 60° , que el costat més llarg mesura 20 cm i que el més curt mesura 10 cm. Es demana:

a) Fer un dibuix del paral·lelogram indicant totes les dades del problema.

b) Calcular la longitud de cadascuna de les dues diagonals.

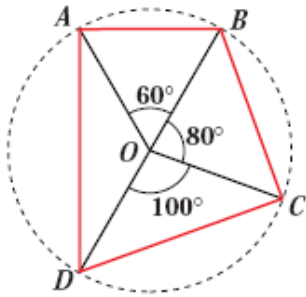
11.- Les diagonals d'un paral·lelogram fan 20 cm i 12 cm respectivament i es tallen formant un angle de 62° . Calcula la longitud dels costats del paral·lelogram.

12.- Una persona d'1,78 m d'estatura projecta una ombra de 0'66 m, i en aquest mateix moment un arbre fa una ombra de 2,3 m.

a) Quin angle formen els rajos solars amb l'horitzontal?

b) Quina és l'alçària de l'arbre?

13.- Troba el perímetre del quadrilàter ABCD inscrit en una circumferència de 6 cm de radi:



14.- Resol:

a) $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ b) $2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$ c) $\sin 2x - \sin x = 0$

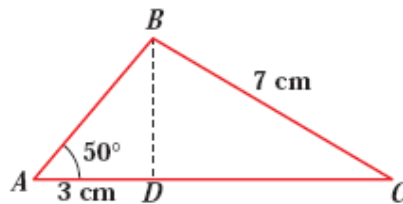
d) $(1 + 2\sin x) \cdot (1 - \tan x) = 0$

15.- Sense utilitzar l'arcsinus, l'arccosinus ni l'arctangent, troba dels angles donats les raons trigonomètriques que s'indiquen:

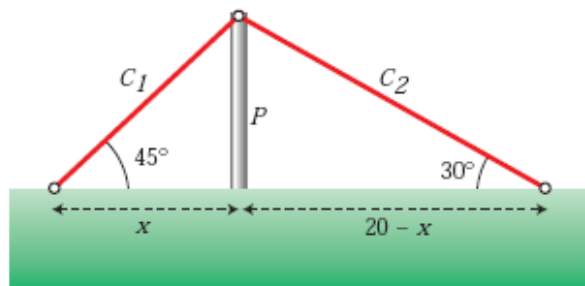
a) Sabem que $\sin \alpha = -0'2$, i que $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, quant valen $\cos \alpha$ i $\cotg \alpha$?

b) Sabem que $\tan \beta = -1'2$, i que $\frac{\pi}{2} < \beta < \pi$, quant val $\cos \alpha$?

16.- Calcula els costats i els angles del triangle ABC:



17.- Hem col·locat un cable sobre un pal que el subjecta com mostra la figura. Quant mesuren



el pal (P) ? i el cable ($C_1 + C_2$)?

18.- Demostra que:

$$(2 \sin \alpha - \sin 2\alpha) \cdot (1 + \cos \alpha) = (2 \sin \alpha + \sin 2\alpha) \cdot (1 - \cos \alpha)$$

GEOMETRIA ANALÍTICA

1.- Expressa el vector $\overrightarrow{AB}$ com a combinació lineal de $\vec{v} = (2,5)$ i $\vec{w} = (-2,2)$, si $A(-1,4)$ i $B(5,10)$.

2.- Expressa el vector $\overrightarrow{AB}$ com a combinació lineal de $\vec{v} = (2,3)$ i $\vec{w} = (1,2)$, si $A(-1,4)$ i $B(5,8)$.

3.- Calcula x i y per tal que es compleixi l'equació següent: $2(x, -2) + 2(1, -2) = (12, y)$

4.- Per als següents vectors indica si formen o no una base: $\vec{u} = (1,2)$, $\vec{v} = (-2,3)$.

5.- Comprova que el triangle de vèrtexs $A(1,2)$, $B(5,1)$ i $C(2,6)$ és rectangle en A . Calcula els altres angles. Calcula el seu perímetre i la seva àrea.

6.- Troba un vector que sigui ortogonal al vector $\vec{v} = (4, -3)$.

7.- Estudia si el punt indicat pertany a la recta que s'especifica en cada apartat:

a) $P(1, -2)$ a la recta $r: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{2}$

b) $P(4, 1)$ a la recta $s: (x, y) = (2, -3) + k \cdot (1, 2)$

8.- Donades les rectes $r: x + 2 = \frac{y-5}{3}$ i $s: -x - 3 = \frac{y+6}{2}$, determina l'angle que formen.

9.- Donades les rectes $r: x - 2 = \frac{y}{3}$ i $s: -y - 3 = \frac{x-3}{2}$, determina l'angle que formen.

10.- Determina l'equació explícita de la recta que passa pels punts $P(0,2)$ i $Q(5,-1)$. Quin és el seu pendent?

11.- Considera el punt $(1,2)$ i la recta $r: x + y + 1 = 0$, calcula:

a) L'equació contínua de la recta paral·lela a r i que passi per P .

b) L'equació implícita de la recta perpendicular a r i que passi per P .

12.- Donats els vectors $\vec{u} = (-1,3)$ i $\vec{v} = (2,-2)$ trobeu:

a) $2\vec{u}$

b) $-\frac{1}{2}\vec{v}$

c) $2\vec{u} + 3\vec{v}$

d) $-\vec{u} - \frac{1}{2}\vec{v}$

13.- Troba les equacions paramètriques, l'equació implícita i l'explícita de la recta que passa pels punts $A(-1,3)$ i $B(5,-1)$.

14.- Troba una recta paral·lela i altra perpendicular a la recta $r: \begin{cases} x = 7 - 2k \\ y = -4 + 3k \end{cases}$ que passin pel punt $P(1,-2)$.

15.- Estudia la posició relativa de les següents rectes i troba els punts de tall.

a) $r: \frac{x-5}{-2} = \frac{y-2}{4}$ $s: y = -2x + 12$

b) $r: \frac{x-3}{-2} = \frac{y-5}{3}$ $s: 2x - 3y + 9 = 0$

c) $r: \frac{x-3}{-2} = \frac{y-5}{3}$ $s: \boxed{\text{Recta perpendicular a } t: 2x - 3y + 9 = 0 \text{ que passa per l'origen de coordenades.}}$

16.- Troba l'àrea del triangle de vèrtexs $A(-1,2)$, $B(3,5)$ i $C(5,0)$.

17.- Troba els angles del triangle anterior. I el perímetre.

18.- Troba l'angle entre les rectes:

$$r: 2x + 3y - 10 = 0 \quad s: x - y + 5 = 0$$

19.- Troba quina distància hi ha entre les rectes $r: x - 3y - 1 = 0$ i $s: x - 3y + 5 = 0$.

20.- Troba quina distància hi ha entre les rectes $r: -5x + 15y + 1 = 0$ i $s: x - 3y + 5 = 0$

21.- a) Donat el segment d'extrems $A(1,4)$ i $B(5,-4)$, troba el punt mitjà.

b) És el punt $A'(7,-2)$ el punt simètric de $A(-3,2)$ respecte del punt $M(2,0)$?

Raona la teva resposta amb càlculs.

22.- Escribe l'equació de la recta paral·lela a $y = -\frac{1}{2}x + 1$ que passa pel punt $(2,-1)$. Dibuixa-la.

23.- Estudia si el punt indicat pertany a la recta que s'especifica en cada apartat:

a) $P(1,-2)$ a la recta $r: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{2}$

b) $P(4,1)$ a la recta $r: (x, y) = (2, -3) + k \cdot (1, 2)$

24.- Troba l'equació contínua de la recta que passa pels punts $A(-1,3)$ i $B(5,-1)$.

FUNCIONS

1.- On té el vèrtex la paràbola $y = x^2 + 8x - 2$?

2.- On talla els eixos la funció $y = 2x^2 + 4$?

3.- Troba els punts de tall amb els eixos X, Y, de les funcions:

a) $f(x) = x - 3$ Punts de tall amb l'eix X: Punts de tall amb l'eix Y:

b) $f(x) = x^2 - 2x$ Punts de tall amb l'eix X: Punts de tall amb l'eix Y:

4.- Donades les funcions $f(x) = x^4 + 8x^2 + 10$ i $g(x) = \sqrt{x^2 + 8}$. Troba:

a) $(f \circ g)(x)$ b) $(g \circ f)(x)$ c) $(f + g)(1)$ d) $(f - g)(1)$ e) $(f \circ g)(1)$

f) $(g \circ f)(1)$

5.- Donades les funcions $f(x) = \sqrt{x}$ i $g(x) = (x + 2)^2$, calcula:

a) $(f - g)(4)$ b) $\left(\frac{g}{f}\right)(4)$ c) $(f \circ g)(x)$ d) $(g \circ f)(x)$ e) $(f \circ g)(4)$ g) $(g \circ f)(4)$

6.- Calcula la funció inversa de $f(x) = 8x^2 - 3$

7.- Què passa quan posem una funció amb la seva inversa? Quin és l'eix de simetria entre una funció i la seva inversa?

8.- Donada la funció $f(x) = \frac{3x-1}{2}$

a) Calcula la funció inversa. b) Troba $(f \circ f^{-1})(x)$ c) Troba $(f^{-1} \circ f)(x)$

d) Dibuixa f , f^{-1} i la bisectriu $y = x$.

9.- Donada la funció $f(x) = 3x + 1$

a) Calcula la funció inversa.

b) Calcula $(f \circ f^{-1})(x)$ i $(f^{-1} \circ f)(x)$

10.- Donades les funcions $f(x) = x^2 - 1$ i $g(x) = x^2 + 1$ calcula i si es pot, simplifica::

a) $(f + g)(x)$ b) $(f \cdot g)(x)$ c) $\left(\frac{g}{f}\right)(x)$ d) $(g - f)(x)$

11.-Calcula el domini de les funcions:

a) $f(x) = \frac{8x}{\sqrt{x+3}}$ b) $f(x) = \frac{4x}{2x+3}$ c) $f(x) = \sqrt{-x+4}$ d) $f(x) = 3x^2 + x$

e) $f(x) = \sqrt{x^2 + x}$ f) $\sin(x)$ g) $f(x) = x^3 - 2x + 3$ h) $f(x) = \frac{3}{x-1}$

i) $f(x) = \sqrt{x^2 - 25}$ j) $f(x) = \frac{3}{x^2 - 25}$

12.- Especifica si són simètriques (parella, imparella o no presenta simetries) :

a) $f(x) = x^4 + x^2$ b) $f(x) = x^5 + 8x^3$ c) $f(x) = x^4 - 2$ d) $f(x) = \frac{-1}{x}$

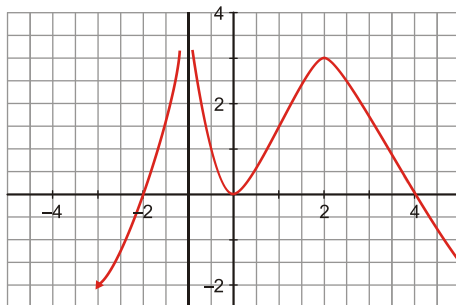
e) $f(x) = -x^5 + x^2$ f) $f(x) = 0,5^x$ g) $f(x) = x^4 + x^2 + 1$

h) $y = 2^x$ i) $f(x) = x^3 + 1$ j) $f(x) = x^3 + x$

OBS: Si encara teniu dubtes, consulteu la calculadora gràfica : <https://www.desmos.com/calculator>

13.-Llancem una pilota a l'aire i segueix la trajectòria donada per la paràbola $y = -x^2 + 9x - \frac{1}{4}$. A quina altura màxima arriba? A quina distància del punt de llançament cau?

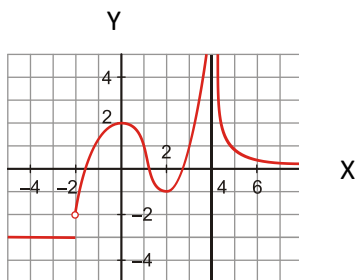
14.- Donada la funció següent, mitjançant la seva representació gràfica, contesta: (si no hi ha cap , indica NO al costat)



1. Domf=
2. Recf=
3. Punts de tall amb l'eix X:
4. Punts de tall amb l'eix Y:
5. Intervals de creixement:
6. Intervals de decreixement:
7. Intervals on la funció és còncava:
8. Intervals on la funció és convexa:
9. Punts d'inflexió:
10. Màxims relatius:
11. Mínims relatius:
12. Màxim absolut: Mínim absolut:
13. Contínua?
14. Si no ho és, discontinuïtats i tipus:
15. Simetries (parella/imparella)?
16. Asímtotes:

b) Calcula el límit quan x tendeix a $-\infty, -1^-, -1^+, 2^-, 2^+, +\infty$

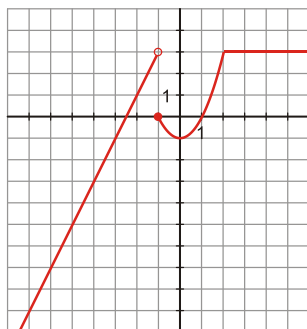
15.- A partir de la gràfica següent indica si existeixen els següents límits del requadre i quant valen:



Raona les respostes indicant, on calgui, quant valen els límits laterals:

a) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) =$ b) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) =$

16.- Donada la funció següent, mitjançant la seva representació gràfica, contesta (si no hi ha, indica NO):

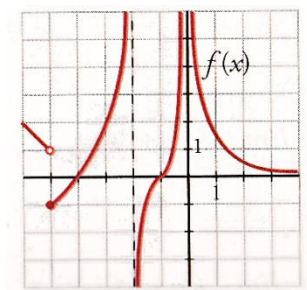


a) Troba el domini, recorregut, els punts de tall amb els eixos, els intervals de creixement i decreixement, els intervals on la funció és còncava i on convexa, els punts d'inflexió, els màxims i mínims relatius, si és contínua, si hi ha simetries i si hi ha asímptotes.

b) Calcula el límit quan x tendeix a $-\infty$, -1^- , -1^+ , 2^- , 2^+ , $+\infty$

c) Si hi ha discontinuïtats de quin tipus i per què.

17.- Observa la gràfica següent: (si no hi ha, indica NO):



Troba el domini, recorregut, els punts de tall amb els eixos, els intervals de creixement i decreixement, els intervals on la funció és còncava i on convexa, els punts d'inflexió, els màxims i mínims relatius, si és contínua, si hi ha simetries i si hi ha asímptotes. Si hi ha discontinuïtats de quin tipus són i per què.

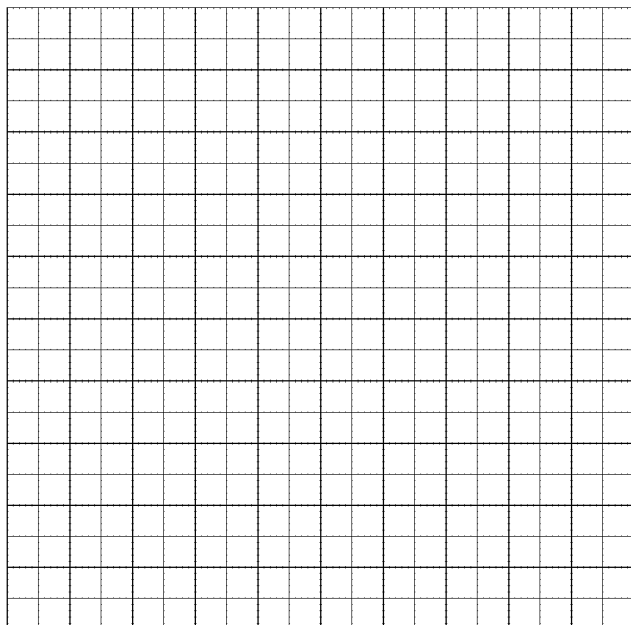
18.- A partir de la gràfica anterior indica:

- a) $\lim_{x \rightarrow -5^-} f(x) =$ b) $\lim_{x \rightarrow -5^+} f(x) =$ c) $\lim_{x \rightarrow -5} f(x) =$
d) $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) =$ e) $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) =$ f) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) =$
g) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$ h) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$ i) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

19.- Donada la paràbola $y = x^2 - 25$ troba el seu vèrtex i representa-la gràficament. Quin és el seu domini? El seu recorregut? Intervalls de creixement/decreixement? Còncava/convexa? Màxims/mínims relatius? Simetries?

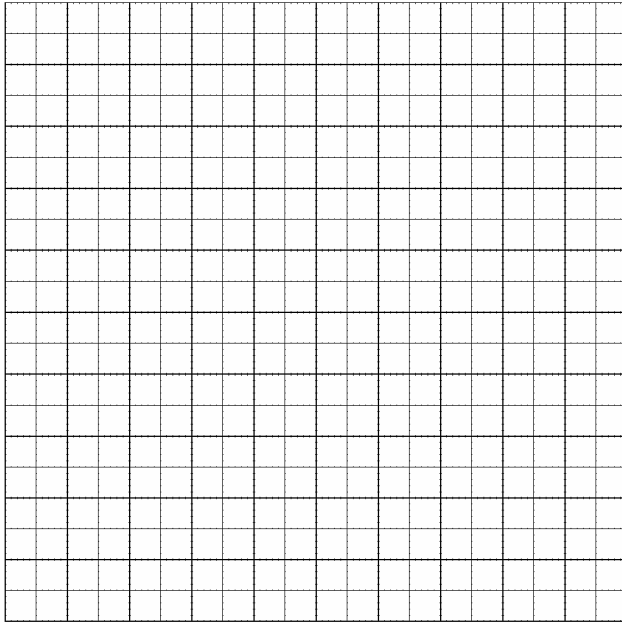
20.- Donada la paràbola $y = -x^2 + 2x + 8$ troba el seu vèrtex , representa-la gràficament i contesta: : (si no hi ha cap , indica NO al costat)

a)



- b) Domf=
c) Recf=
d) Vèrtex:
e) Punts de tall amb l'eix X:
f) Punts de tall amb l'eix Y:
g) Intervalls de creixement:
h) Intervalls de decreixement:
i) És còncava o convexa?
j) Màxim relatiu: Mínim relatiu:
k) Simetries (parella/imparella)?

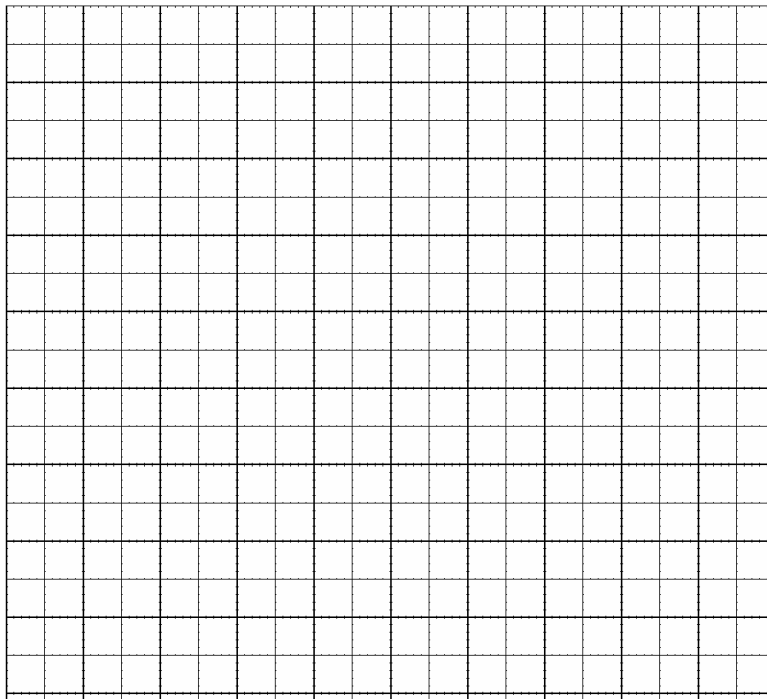
21. Representa gràficament la funció $y = \begin{cases} 2x-1 & \text{si } x < 1 \\ 1 & \text{si } 1 < x \leq 4 \\ \frac{x-4}{2} & \text{si } x > 4 \end{cases}$



Especifica domini, recorregut, quin tipus de discontinuïtats hi ha i per què.

22 . Representa gràficament la funció

$$y = \begin{cases} x+1 & \text{si } -3 \leq x < 0 \\ x^2 - 1 & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ 3 & \text{si } 2 < x < 7 \end{cases}$$



23.- A partir de l'exercici anterior , contesta:

Raona les respostes indicant, on calgui, quant valen els límits laterals:

a) $\text{Dom}f =$

b) $\lim_{x \rightarrow -3} f(x) =$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$

d) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) =$

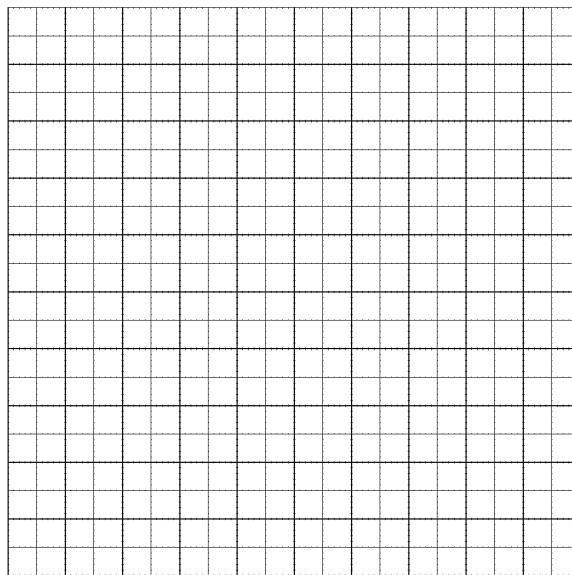
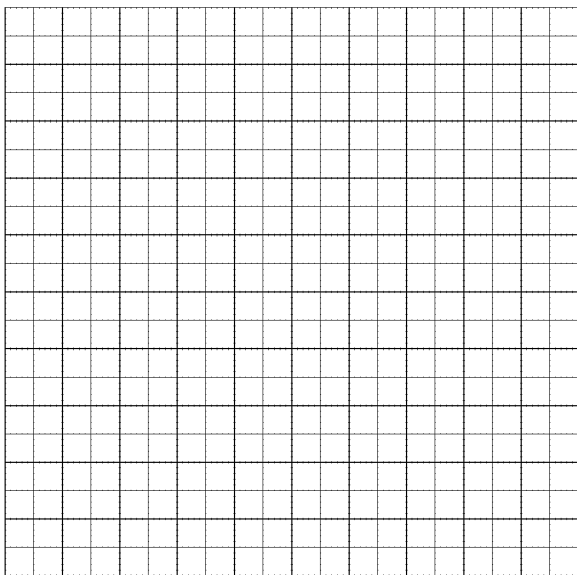
24.- Amb només aquestes dades dibuixa una gràfica que les compleixi:

$\text{Recf}=\mathbb{R}$, simètrica imparella, punt d'inflexió a $x=0$ i val 0, punts de tall amb els eixos només el punt $(0,0)$, $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$

25.- Representa gràficament les funcions següents i digues si són creixents o decreixents:

a) $f(x) = 1,5^x$

b) $f(x) = 0,6^x$



26.- Dibuixa les funcions $f(x) = 3^x$ i $g(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$. Especifica el domini, recorregut, concavitat/convexitat i creixement/decreixement de cada funció.

27.- Calcula els límits següents :

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{x^2 - 4}$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 - 1}{x^2 + 4}$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{8x^2 + 3x - 10x^4}{10x^4}$

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 2x}$

e) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x + 4}{x^2 - 16}$

f) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4}{x^2 - 1}$

g) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x^2 + 1}$

h) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-4}{x}$

i) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + 4}{x^2 - 16}$

j) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^3}{x - 1}$

k) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x^2 - 1}{x^2 + 1}$

l) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4}{x}$

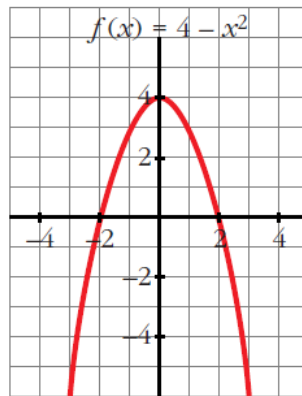
28.- Calcula el límit a 0, $+\infty$ i $-\infty$ de $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x^2+x} & \text{si } x < 0 \\ \frac{3x}{x+3} & \text{si } x > 0 \end{cases}$

29.- Calcula $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ essent $f(x) = \begin{cases} x^2+1, x \leq 3 \\ x+7, x > 3 \end{cases}$,

30.- A partir de la gràfica de la funció $f(x) = 4 - x^2$, dibuixa sobre la mateixa gràfica:

- a) $f(x) + 2$ b) $f(x-1)$ c) $-f(x)$ d) $2f(x)$

(Cal indicar clarament al dibuix quina gràfica és la de cada apartat)



31. Calcula la TVM($[-2,4]$) de la funció $f(x) = 2x^2 - 5$

32. Marca l'apartat que consideris correcte:

A partir del resultat anterior podem assegurar que, a l'interval $(-2,4)$, la funció és :

- a) creixent ja que el pendent de la recta secant és positiva
- b) decreixent ja que el pendent de la recta secant és negativa
- c) constant ja que el pendent de la recta secant és 0
- d) no ho podem assegurar , caldria fer un estudi més exhaustiu

33. Amb ajuda de la TVM troba el pendent de la recta secant a la gràfica de la funció

$f(x) = x^3 + 5x$ en els punts d'abscisses $x = 0$ i $x = 2$

34. Troba l'equació de la recta tangent a la funció $f(x) = \frac{3}{x-2}$ en el punt $P(3,3)$.

35. Troba l'equació de la recta normal a la funció $f(x) = x^2 + 2$ en el punt $x = -1$

36. Troba la funció derivada de les funcions següents:

a) $f(x) = 3^x$

b) $f(x) = -6x^2 + 3x - 1$

c) $f(x) = 2\sqrt{x} + 3x$

d) $f(x) = x^4 \cdot \ln x$

e) $f(x) = x^2 \cdot e^{x^2 + 1}$

f) $f(x) = e^{\frac{x}{2}}$

g) $f(x) = \sin(\ln x)$

h) $f(x) = (x^4 + 3)^9$

i) $f(x) = \frac{2x^2}{x^3 - 2x}$

j) $f(x) = \ln(\cos x)$

k) $f(x) = \sqrt{3x^2 - x}$

l) $f(x) = \ln(\sin x^2)$

m) $f(x) = \sin^2(3x - 1)$

n) $f(x) = x^{3x}$

o) $f(x) = (\sin x)^{2x + 1}$

Quadrícules per imprimir si et calen.

